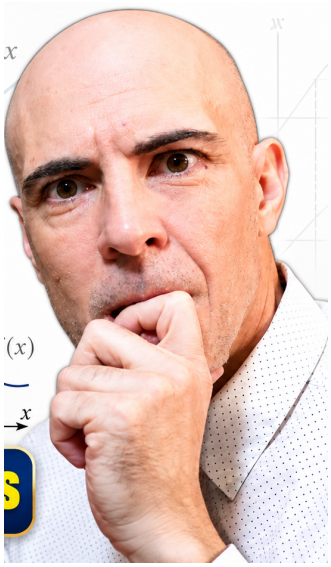
MATEMÁTICAS CON JUAN

50 ECUACIONES RACIONALES

DESDE 0



50 ejercicios y problemas de aplicación

Vídeo completo:

https://www.youtube.com/watch?v=Lf8oXLL7cQc

Índice y orientaciones

En esta colección se trabajan 50 ecuaciones racionales desde las más elementales hasta casos con fracciones compuestas, valores absolutos, funciones y problemas de aplicación. Para cada ecuación, comprueba las restricciones antes de aceptar las soluciones.

Índice

- Ejercicios 1–12: primeras ecuaciones y restricciones.
- Ejercicios 13–24: denominadores, operaciones y factorización.
- Ejercicios 25–35: fracciones complejas y valor absoluto.
- Ejercicios 36–46: ecuaciones con funciones y cambios de variable.
- Ejercicios 47–50: aplicaciones y sistema final.

Directo: https://www.youtube.com/watch?v=Lf8oXLL7cQc

50 ecuaciones racionales

Ejercicio 1

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

Resultado: $x = 2$

Ejercicio 2

$$\frac{1}{x-2} = \frac{1}{5}$$

Resultado: $x = 7$

Ejercicio 3

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{49}$$

Resultado: $x = \pm 7$

Ejercicio 4

$$\frac{1}{2x} = \frac{1}{5}$$

Resultado: $x = \frac{5}{2}$

Ejercicio 5

$$\frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{6}$$

Resultado: $x = -1,\ 4$

Ejercicio 6

$$\frac{x-2}{2x} = 3$$

Resultado: $x = -\frac{2}{5}$

Ejercicio 7

$$\frac{2x^2}{x} = 8$$

Resultado: $x = 4$

Ejercicio 8

$$\frac{x^2 - x}{x} = 5$$

Resultado: $x = 6$

Ejercicio 9

$$\frac{x^2+2x+1}{x+1}=1$$

Resultado: $x=0$

Ejercicio 10

$$\frac{x^2-6x+8}{x-4}=0$$

Resultado: $x=2$

Ejercicio 11

$$\frac{6}{x-1}=x$$

Resultado: $x=-2,\ 3$

Ejercicio 12

$$\frac{8}{2x-1}=\frac{8}{x}$$

Resultado: $x=1$

Ejercicios 13–24

Ejercicio 13

$$\frac{1}{2x-1}=\frac{4}{2x}$$

Resultado: $x=\frac{2}{3}$

Ejercicio 14

$$\frac{5}{x^3}=135$$

Resultado: $x=\frac{1}{3}$

Ejercicio 15

$$\frac{2x^2-3}{x}=2x-3$$

Resultado: $x=1$

Ejercicio 16

$$\frac{3}{x-1}=\frac{6}{x-2}$$

Resultado: $x=0$

Ejercicio 17

$$\frac{2}{x} = \frac{3}{x^2 - 1}$$

Resultado: $x = 2,\ -\frac{1}{2}$

Ejercicio 18

$$\frac{x \cdot x \cdot x}{x + x + x} = 3$$

Resultado: $x = \pm 3$

Ejercicio 19

$$\frac{3x - 2}{x^2 - 9} = \frac{2}{x - 3}$$

Resultado: $x = 8$

Ejercicio 20

$$\frac{7}{10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

Resultado: $x = -5$

Ejercicio 21

$$\frac{3}{x} + \frac{6}{x} = 3$$

Resultado: $x = 3$

Ejercicio 22

$$\frac{1}{x} - 6 = \frac{5}{2x}$$

Resultado: $x = -\frac{1}{4}$

Ejercicio 23

$$-\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{2}{x}$$

Resultado: Sin solución

Ejercicio 24

$$\frac{2x}{x^2} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3x}$$

Resultado: $x = \frac{25}{6}$

Ejercicios 25–35

Ejercicio 25

$$\frac{x+1}{x} = 3$$

Resultado: $x = \frac{1}{2}$

Ejercicio 26

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x^2-x} - 2$$

Resultado: $x = -\frac{1}{2}$

Ejercicio 27

$$\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Resultado: $x = 1,\ 2$

Ejercicio 28

$$\frac{2x}{x^2-4} + \frac{3}{x+2} = \frac{4}{x-2}$$

Resultado: $x = 14$

Ejercicio 29

$$\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{2-5x}{x^2+3x}$$

Resultado: $x = 2$

Ejercicio 30

$$\frac{\frac{1}{x}}{x} = 9$$

Resultado: $x = \pm\frac{1}{3}$

Ejercicio 31

$$\frac{\frac{1}{x-1}}{x+1} = \frac{1}{3}$$

Resultado: $x = \pm 2$

Ejercicio 32

$$\frac{1}{1+\dfrac{1}{x}} = 3$$

Resultado: $x = -\frac{3}{2}$

Ejercicio 33

$$\frac{x}{\dfrac{x-1}{x}} = 4$$

Resultado: $x = 2$

Ejercicio 34

$$\frac{1}{1+\dfrac{1}{1-x}} = 0$$

Resultado: Sin solución

Ejercicio 35

$$\frac{|x-2|}{x+1} = 1$$

Resultado: $x = \frac{1}{2}$

Ejercicios 36–46

Ejercicio 36

$$\frac{1}{|x-2|} = \frac{1}{3}$$

Resultado: $x = -1,\ 5$

Ejercicio 37

$$\left|\frac{x-1}{x+2}\right| = 2$$

Resultado: $x = -5,\ -1$

Ejercicio 38

$$\frac{|x^2-4|}{x-1} = 0$$

Resultado: $x = -2,\ 2$

Ejercicio 39

$$\frac{2^x - 8}{2^x - 4} = 0$$

Resultado: $x = 3$

Ejercicio 40

$$\frac{\log_2 x - 3}{x - 1} = 0$$

Resultado: $x = 8$

Ejercicio 41

$$\frac{\sin(\pi x)}{x - 1} = 0, \quad 0 \leq x \leq 4$$

Resultado: $x = 0,\ 2,\ 3,\ 4$

Ejercicio 42

$$\frac{\sqrt{x + 4}}{x - 2} = 1$$

Resultado: $x = 5$

Ejercicio 43

$$\left(\frac{x - 1}{x + 1}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Resultado: $x = 3,\ \frac{1}{3}$

Ejercicio 44

$$\left(\frac{x - 1}{x}\right)^2 = \frac{x - 1}{x}$$

Resultado: $x = 1$

Ejercicio 45

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x^3}$$

Resultado: $x = -2,\ 1$

Ejercicio 46

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + x - \frac{1}{x} = 0$$

Resultado: $x = \pm 1,\ \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Aplicaciones y sistema

Ejercicio 47. Dos grifos

Un grifo A tarda 8 horas menos que otro grifo B en llenar un depósito. Si se abren a la vez, el depósito se llena en 3 horas. ¿Cuánto tarda cada grifo por separado? Plantea y resuelve una ecuación racional.

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+8}=\frac{1}{3}$$

Resultado: A tarda 4 horas y B tarda 12 horas.

Ejercicio 48. Campo eléctrico

Dos cargas positivas $Q_1 = 4\,\mu\text{C}$ y $Q_2 = 1\,\mu\text{C}$ están separadas 6 metros. ¿En qué punto del segmento que las une se anula el campo eléctrico? Utiliza $E = kQ/r^2$.

$$\frac{4}{x^2}=\frac{1}{(6-x)^2}$$

Resultado: A 4 m de Q_1 y 2 m de Q_2.

Ejercicio 49. Dos máquinas

Una máquina A tarda x horas en fabricar un lote. La máquina B tarda 3 horas más. Si trabajando juntas completan el lote en 2 horas, ¿cuánto tarda cada una por separado?

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{2}$$

Resultado: Máquina A: 3 horas; máquina B: 6 horas.

Ejercicio 50. Sistema de ecuaciones racionales

Resuelve el sistema, teniendo en cuenta las restricciones de los denominadores:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{4}\\[2mm] \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

Resultado: $x = 2,\ y = 4$.