50 ECUACIONES EXPONENCIALES

DESDE CERO

MATEMÁTICAS CON JUAN



Ecuaciones explicadas paso a paso, de dificultad creciente.

Vídeo: youtube.com/live/DlAZQCNCFKs

Ejercicios 1–50 · Enunciados y resoluciones

Una colección de cincuenta ecuaciones exponenciales, desde potencias de igual base hasta cambios de variable, radicales, logaritmos y sistemas. Se mantienen todos los ejercicios y sus resoluciones del documento original.

Ìndice de contenidos

1. Bases, potencias y propiedades: ejercicios 1–22.
2. Factor común y cambio de variable: ejercicios 23–30.
3. Exponentes racionales y radicales: ejercicios 31–37.
4. Bases distintas, logaritmos y casos especiales: ejercicios 38–48.
5. Sistemas exponenciales: ejercicios 49–50.

Timeline del vídeo

50 ecuaciones exponenciales · Matemáticas con Juan

Ver la clase completa en YouTube

Pulsa en el tiempo o en el título para abrir directamente el ejercicio en el vídeo.

Ejercicios 1–25

1:11	**1. Potencias y bases equivalentes**
2:36	**2. Potencias y bases equivalentes**
3:37	**3. Potencias y bases equivalentes**
6:12	**4. Potencias y bases equivalentes**
8:05	**5. Potencias y bases equivalentes**
13:47	**6. Potencias y bases equivalentes**
18:55	**7. Potencias y bases equivalentes**
22:06	**8. Exponentes polinómicos**
24:46	**9. Exponentes polinómicos**
30:50	**10. Exponentes polinómicos**
35:55	**11. Bases fraccionarias y radicales**
42:17	**12. Bases fraccionarias y radicales**
43:22	**13. Bases fraccionarias y radicales**
48:24	**14. Bases fraccionarias y radicales**
53:43	**15. Bases fraccionarias y radicales**
57:55	**16. Bases fraccionarias y radicales**
1:00:04	**17. Bases fraccionarias y radicales**
1:03:37	**18. Bases fraccionarias y radicales**
1:10:55	**19. Propiedades de las potencias**
1:13:25	**20. Propiedades de las potencias**
1:15:12	**21. Propiedades de las potencias**
1:16:56	**22. Propiedades de las potencias**
1:19:52	**23. Factor común exponencial**
1:21:57	**24. Factor común exponencial**
1:25:04	**25. Factor común exponencial**

Timeline del vídeo

50 ecuaciones exponenciales · Matemáticas con Juan

Ver la clase completa en YouTube

Pulsa en el tiempo o en el título para abrir directamente el ejercicio en el vídeo.

Ejercicios 26–50

1:28:00	**26. Factor común exponencial**
1:40:22	**27. Factor común exponencial**
1:44:10	**28. Cambio de variable**
1:47:42	**29. Cambio de variable**
1:51:53	**30. Cambio de variable**
2:01:23	**31. Exponentes racionales**
2:05:56	**32. Exponentes racionales**
2:09:26	**33. Radicales y ecuaciones exponenciales**
2:11:25	**34. Radicales y ecuaciones exponenciales**
2:16:20	**35. Radicales y ecuaciones exponenciales**
Sin vídeo	**36. Radicales y ecuaciones exponenciales (no resuelto en directo)**
2:19:51	**37. Radicales y ecuaciones exponenciales**
2:22:28	**38. Bases distintas y logaritmos**
2:24:54	**39. Cambio de variable y logaritmos**
2:28:40	**40. Bases distintas y logaritmos**
2:34:08	**41. Bases distintas y logaritmos**
2:37:49	**42. Bases distintas y logaritmos**
2:41:24	**43. Ecuaciones exponenciales especiales**
2:44:53	**44. Ecuaciones exponenciales especiales**
2:46:27	**45. Valor absoluto en el exponente**
2:50:14	**46. Ecuación exponencial y trigonométrica**
2:53:47	**47. Ecuación exponencial y trigonométrica**
3:01:38	**48. ¡Ejercicio trampa! No dividir por x+1**
3:03:46	**49. Sistema de ecuaciones exponenciales**
3:06:50	**50. Sistema de ecuaciones exponenciales**

Ejercicio 1. Potencias y bases equivalentes

Ver vídeo (1:11)

$$2^x = 2$$

Resolución paso a paso. $2^x = 2^1 \Rightarrow x = 1$

Resultado: $x = 1$

Ejercicio 2. Potencias y bases equivalentes

Ver vídeo (2:36)

$$3^{x-1} = 3^5$$

Resolución paso a paso. $x - 1 = 5 \Rightarrow x = 6$

Resultado: $x = 6$

Ejercicio 3. Potencias y bases equivalentes

Ver vídeo (3:37)

$$5^{2x} = 125$$

Resolución paso a paso. $5^{2x} = 5^3 \Rightarrow 2x = 3$

Resultado: $x = \dfrac{3}{2}$

Ejercicio 4. Potencias y bases equivalentes

Ver vídeo (6:12)

$$2^{5x-1} = 1$$

Resolución paso a paso. $2^{5x-1} = 2^0 \Rightarrow 5x - 1 = 0$

Resultado: $x = \dfrac{1}{5}$

Ejercicio 5. Potencias y bases equivalentes

Ver vídeo (8:05)

$$4^{\frac{x-2}{3}} - 2 = 0$$

Resolución paso a paso. $2^{\frac{2(x-2)}{3}} = 2^1 \Rightarrow 2x - 4 = 3$

Resultado: $x = \dfrac{7}{2}$

Ejercicio 6. Potencias y bases equivalentes

Ver vídeo (13:47)

$$27^{x-3} = 3^{5x-1}$$

Resolución paso a paso. $3^{3x-9} = 3^{5x-1} \Rightarrow -8 = 2x$

Resultado: $x = -4$

Ejercicio 7. Potencias y bases equivalentes

Ver vídeo (18:55)

$$7^x + 1 = 0$$

Resolución paso a paso. $7^x = -1$ es imposible, pues $7^x > 0$

Resultado: Sin solución real

Ejercicio 8. Exponentes polinómicos

Ver vídeo (22:06)

$$2^{x^2-5x+4} = 2^4$$

Resolución paso a paso. $x^2 - 5x + 4 = 4 \Rightarrow x(x-5) = 0$

Resultado: $x = 0,\ 5$

Ejercicio 9. Exponentes polinómicos

Ver vídeo (24:46)

$$3^{x^2-2x-5} - 27 = 0$$

Resolución paso a paso. $3^{x^2-2x-5} = 3^3 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2) = 0$

Resultado: $x = -2,\ 4$

Ejercicio 10. Exponentes polinómicos

Ver vídeo (30:50)

$$6^{x^3-27} = 1$$

Resolución paso a paso. $6^{x^3-27} = 6^0 \Rightarrow x^3 - 27 = 0 \Rightarrow x^3 = 27$

Resultado: $x = 3$

Ejercicio 11. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (35:55)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 8^x$$

Resolución paso a paso. $2^{-x-1} = 2^{3x} \Rightarrow -x - 1 = 3x$

Resultado: $x = -\frac{1}{4}$

Ejercicio 12. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (42:17)

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 32$$

Resolución paso a paso. $2^x = 2^5$

Resultado: $x = 5$

Ejercicio 13. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (43:22)

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{1-2x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-x-2}$$

Resolución paso a paso. $2^{-2+4x} = 2^{3x+6} \Rightarrow -2 + 4x = 3x + 6$

Resultado: $x = 8$

Ejercicio 14. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (48:24)

$$\sqrt{\frac{1}{27}} = 9^x$$

Resolución paso a paso. $3^{-3/2} = 3^{2x} \Rightarrow 2x = -\frac{3}{2}$

Resultado: $x = -\frac{3}{4}$

Ejercicio 15. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (53:43)

$$\sqrt{\frac{1}{8}} = \left(\frac{1}{32}\right)^x$$

Resolución paso a paso. $2^{-3/2} = 2^{-5x} \Rightarrow 5x = \frac{3}{2}$

Resultado: $x = \frac{3}{10}$

Ejercicio 16. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (57:55)

$$(\sqrt{2})^{-x} = \frac{1}{8}$$

Resolución paso a paso. $2^{-x/2} = 2^{-3} \Rightarrow \frac{x}{2} = 3$

Resultado: $x = 6$

Ejercicio 17. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (1:00:04)

$$27 \cdot (\sqrt{3})^{2-x} = 1$$

Resolución paso a paso. $3^{3+\frac{2-x}{2}} = 3^0 \Rightarrow 6 + 2 - x = 0$

Resultado: $x = 8$

Ejercicio 18. Bases fraccionarias y radicales

Ver vídeo (1:03:37)

$$(\sqrt{8})^{1-2x} = (\sqrt[3]{4})^{-3x-3}$$

Resolución paso a paso. $2^{\frac{3}{2}(1-2x)} = 2^{\frac{2}{3}(-3x-3)} \Rightarrow \frac{3}{2} - 3x = -2x - 2$

Resultado: $x = \frac{7}{2}$

Ejercicio 19. Propiedades de las potencias

Ver vídeo (1:10:55)

$$2^{x+1} \cdot 2^{2x-3} = 64$$

Resolución paso a paso. $2^{3x-2} = 2^6 \Rightarrow 3x - 2 = 6$

Resultado: $x = \frac{8}{3}$

Ejercicio 20. Propiedades de las potencias

Ver vídeo (1:13:25)

$$\frac{3^{2x+1}}{3^{x-2}} = 243$$

Resolución paso a paso. $3^{x+3} = 3^5 \Rightarrow x + 3 = 5$

Resultado: $x = 2$

Ejercicio 21. Propiedades de las potencias

Ver vídeo (1:15:12)

$$\left(2^{x-1}\right)^3 = 64$$

Resolución paso a paso. $2^{3(x-1)} = 2^6 \Rightarrow 3(x-1) = 6$

Resultado: $x = 3$

Ejercicio 22. Propiedades de las potencias

Ver vídeo (1:16:56)

$$2^{x-1} \cdot 3^{x-1} = 216$$

Resolución paso a paso. $6^{x-1} = 6^3 \Rightarrow x - 1 = 3$

Resultado: $x = 4$

Ejercicio 23. Factor común exponencial

Ver vídeo (1:19:52)

$$2^{x+1} + 2^x = 24$$

Resolución paso a paso. $2^x(2+1) = 24 \Rightarrow 2^x = 8$

Resultado: $x = 3$

Ejercicio 24. Factor común exponencial

Ver vídeo (1:21:57)

$$3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 117$$

Resolución paso a paso. $3^x(9+3+1) = 117 \Rightarrow 3^x = 9$

Resultado: $x = 2$

Ejercicio 25. Factor común exponencial

Ver vídeo (1:25:04)

$$620 = 5^{x+3} - 5^x$$

Resolución paso a paso. $620 = 5^x(125-1) = 124 \cdot 5^x \Rightarrow 5^x = 5$

Resultado: $x = 1$

Ejercicio 26. Factor común exponencial

Ver vídeo (1:28:00)

$$2^{x+2} + 2^{x-1} - 2^{x-2} = 68$$

Resolución paso a paso. $2^{x-2}(16+2-1) = 68 \Rightarrow 2^{x-2} = 4$

Resultado: $x = 4$

Ejercicio 27. Factor común exponencial

Ver vídeo (1:40:22)

$$2^{x+2} \cdot 3^x + 2^x \cdot 3^{x+1} = 252$$

Resolución paso a paso. $6^x(4+3) = 252 \Rightarrow 6^x = 36$

Resultado: $x = 2$

Ejercicio 28. Cambio de variable

Ver vídeo (1:44:10)

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

Resolución paso a paso. $t = 2^x > 0: \quad t^2 - 5t + 4 = (t-1)(t-4) = 0$

Resultado: $x = 0,\ 2$

Ejercicio 29. Cambio de variable

Ver vídeo (1:47:42)

$$9^x + 27 = 12 \cdot 3^x$$

Resolución paso a paso. $t = 3^x > 0: \quad t^2 - 12t + 27 = (t-3)(t-9) = 0$

Resultado: $x = 1,\ 2$

Ejercicio 30. Cambio de variable

Ver vídeo (1:51:53)

$$2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$$

Resolución paso a paso. $t = 2^x > 0: \quad 2t^2 - 5t + 2 = (2t-1)(t-2) = 0$

Resultado: $x = -1,\ 1$

Ejercicio 31. Exponentes racionales

Ver vídeo (2:01:23)

$$25 = 5^{\frac{x+1}{x-2}}$$

Resolución paso a paso. $x \neq 2,\ \dfrac{x+1}{x-2} = 2 \Rightarrow x + 1 = 2x - 4$

Resultado: $x = 5$

Ejercicio 32. Exponentes racionales

Ver vídeo (2:05:56)

$$11^{\frac{x-5}{x+1}} = \frac{1}{121}$$

Resolución paso a paso. $x \neq -1,\ \dfrac{x-5}{x+1} = -2 \Rightarrow x - 5 = -2x - 2$

Resultado: $x = 1$

Ejercicio 33. Radicales y ecuaciones exponenciales

Ver vídeo (2:09:26)

$$5^{\sqrt{x+5}} = 125$$

Resolución paso a paso. $\sqrt{x+5} = 3 \Rightarrow x + 5 = 9$

Resultado: $x = 4$

Ejercicio 34. Radicales y ecuaciones exponenciales

Ver vídeo (2:11:25)

$$7^{2-\sqrt{x+1}} = \frac{1}{49}$$

Resolución paso a paso. $2-\sqrt{x+1} = -2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 4$

Resultado: $x = 15$

Ejercicio 35. Radicales y ecuaciones exponenciales

Ver vídeo (2:16:20)

$$(\sqrt[3]{7})^{\sqrt{x+7}} = 49$$

Resolución paso a paso. $\dfrac{\sqrt{x+7}}{3} = 2 \Rightarrow x+7 = 36$

Resultado: $x = 29$

Ejercicio 36. Radicales y ecuaciones exponenciales

No resuelto en vídeo

$$\frac{1}{121} = (\sqrt{11})^{2-\sqrt{x+1}}$$

Resolución paso a paso. $\dfrac{2-\sqrt{x+1}}{2} = -2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 6$

Resultado: $x = 35$

Ejercicio 37. Radicales y ecuaciones exponenciales

Ver vídeo (2:19:51)

$$(\sqrt{x+5})^{\sqrt{x+5}} = 27$$

Resolución paso a paso. $t = \sqrt{x+5} > 0: \quad t^t = 27 = 3^3 \Rightarrow t = 3$

Resultado: $x = 4$

Ejercicio 38. Bases distintas y logaritmos

Ver vídeo (2:22:28)

$$5^{x+1} = 7^{x+1}$$

Resolución paso a paso. $\left(\dfrac{5}{7}\right)^{x+1} = 1 \Rightarrow x+1 = 0$

Resultado: $x = -1$

Ejercicio 39. Cambio de variable y logaritmos

Ver vídeo (2:24:54)

$$4^x + 2^x = 12$$

Resolución paso a paso. $t = 2^x > 0: \quad t^2 + t - 12 = (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow t = 3, \quad x = \log_2 3$

Resultado: $x = \log_2 3$

Ejercicio 40. Bases distintas y logaritmos

Ver vídeo (2:28:40)

$$5^{x+2} = 25 \cdot 7^{x-1}$$

Resolución paso a paso. $5^x = 7^{x-1} \Rightarrow x \ln 5 = (x-1)\ln 7$

Resultado: $x = \dfrac{\ln 7}{\ln 7 - \ln 5}$

Ejercicio 41. Bases distintas y logaritmos

Ver vídeo (2:34:08)

$$\frac{5}{2^x} = \frac{3^x}{4^x}$$

Resolución paso a paso. $5 \cdot 2^x = 3^x \Rightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^x = 5 \Rightarrow x \ln\left(\dfrac{3}{2}\right) = \ln 5$

Resultado: $x = \dfrac{\ln 5}{\ln(3/2)}$

Ejercicio 42. Bases distintas y logaritmos

Ver vídeo (2:37:49)

$$5^{x^2-1} = 7^{x-1}$$

Resolución paso a paso. $(x-1)(x+1)\ln 5 = (x-1)\ln 7$

Resultado: $x = 1$ o $x = \dfrac{\ln 7}{\ln 5} - 1$

Ejercicio 43. Ecuaciones exponenciales especiales

Ver vídeo (2:41:24)

$$x \cdot 4^x = 1$$

Resolución paso a paso. $x = \dfrac{1}{2}$: $\quad \dfrac{1}{2} \cdot 4^{1/2} = 1$. Para $x > 0,\ x4^x$ crece

Resultado: $x = \dfrac{1}{2}$

Ejercicio 44. Ecuaciones exponenciales especiales

Ver vídeo (2:44:53)

$$256^x = \frac{1}{x}$$

Resolución paso a paso.

$$x > 0: \quad x = \frac{1}{4} \Rightarrow 256^{1/4} = 4 = \frac{1}{1/4}.$$

256^x crece y $\dfrac{1}{x}$ decrece para $x > 0$.

Resultado: $x = \dfrac{1}{4}$ (única solución real)

Ejercicio 45. Valor absoluto en el exponente

Ver vídeo (2:46:27)

$$7^{2-|x+1|} = \frac{1}{49}$$

Resolución paso a paso. $2 - |x+1| = -2 \Rightarrow |x+1| = 4$

Resultado: $x = -5,\ 3$

Ejercicio 46. Ecuación exponencial y trigonométrica

Ver vídeo (2:50:14)

$$3^{\operatorname{sen} x} = \sqrt{3}$$

Resolución paso a paso. $3^{\operatorname{sen} x} = 3^{1/2} \Rightarrow \operatorname{sen} x = \dfrac{1}{2}$

Resultado: $x = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ o $x = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Ejercicio 47. Ecuación exponencial y trigonométrica

Ver vídeo (2:53:47)

$$7^{\operatorname{sen}^2 x} + 7^{\cos^2 x} = 8$$

Resolución paso a paso. $t = 7^{\operatorname{sen}^2 x} > 0: \quad t + \dfrac{7}{t} = 8 \Rightarrow t^2 - 8t + 7 = 0 \Rightarrow t = 1$ o 7. Así, $\operatorname{sen}^2 x = 0$ o 1

Resultado: $x = \dfrac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$

Ejercicio 48. ¡Ejercicio trampa! No dividir por $x+1$

Ver vídeo (3:01:38)

$$(x+1) \cdot 2^{x-1} = x + 1$$

Resolución paso a paso. $(x+1)(2^{x-1} - 1) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0$ o $2^{x-1} = 1 \Rightarrow x = -1$ o $x = 1$

Resultado: $x = -1,\ 1$

Ejercicio 49. Sistema de ecuaciones exponenciales

Ver vídeo (3:03:46)

$$\begin{cases} 5^x + 7^y = 12 \\ 5^x - 7^y = -2 \end{cases}$$

Resolución paso a paso. $2 \cdot 5^x = 10 \Rightarrow x = 1; \quad 7^y = 12 - 5 = 7$

Resultado: $(x, y) = (1, 1)$

Ejercicio 50. Sistema de ecuaciones exponenciales

Ver vídeo (3:06:50)

$$\begin{cases} 5^x \cdot 7^y = 175 \\ \frac{5^x}{7^y} = \frac{25}{7} \end{cases}$$

Resolución paso a paso. $5^{2x} = 625 = 5^4 \Rightarrow x = 2; \quad 7^y = 175/25 = 7$

Resultado: $(x, y) = (2, 1)$