50 EJERCICIOS
POTENCIAS Y RAÍCES
DESDE CERO

MATEMÁTICAS CON JUAN



Cada ejercicio muestra un camino posible, no una receta única

Material preparado para imprimir, razonar y practicar

Vídeo completo: https://youtube.com/live/rf4FHrQ5zmQ

Índice de contenidos

Potencias: significado, signos y exponentes enteros Ejercicios 1–10

Propiedades de las potencias Ejercicios 11–20

Potencias de exponente racional y raíces Ejercicios 21–28

Simplificación de radicales Ejercicios 29–36

Operaciones con radicales Ejercicios 37–44

Racionalización Ejercicios 45–50

HAY MUCHOS CAMINOS

Cada desarrollo que aparece en este documento es un camino posible. Las propiedades de las potencias y de los radicales permiten transformar una expresión de distintas formas equivalentes. La idea es reconocer estructuras y justificar cada transformación, no memorizar una receta rígida. En los ejercicios con variables bajo raíces se supone que las variables son positivas.

TIMELINE DEL VÍDEO

50 EJERCICIOS DE POTENCIAS Y RAÍCES

Vídeo completo: https://youtube.com/live/rf4FHrQ5zmQ · Haz clic en cada tiempo para ir directamente al ejercicio.

Potencias: significado, signos y exponentes enteros

Ejercicios 1–10

1:17 **01. Potencias: base y exponente** – $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
2:05 **02. Cómo calcular una potencia** – 2^6
3:03 **03. Producto de potencias de la misma base** – $2^2 \cdot 2^3$
7:22 **04. Potencias con exponente negativo** – 3^{-2}
8:58 **05. Producto de potencias con exponentes negativos** – $3^4 \cdot 3^{-2}$
12:58 **06. Producto de potencias con bases distintas**
14:15 **07. Suma de potencias iguales** – $3^3 + 3^3 + 3^3$
16:10 **08. Potencia de una potencia** – $(2^3)^2$
19:54 **09. Propiedades de las potencias** – potencias de potencias
23:45 **10. Potencias de base 2 con exponentes negativos**

Propiedades de las potencias

Ejercicios 11–20

31:11 **11. Simplificar potencias antes de operar** – fracciones
33:12 **12. Producto y cociente de potencias** – exponentes negativos
41:17 **13. Potencias de números negativos** – $(-3)^2$
41:54 **14. Potencias con exponente impar** – $(-3)^3$
43:46 **15. Signo menos y potencias** – diferencia entre -3^3 y $(-3)^3$
45:10 **16. Exponente cero** – por qué $5^0 = 1$
45:54 **17. Signo menos y exponente negativo** – -3^{-2}
49:34 **18. Base negativa y exponente negativo** – $(-3)^{-3}$
51:21 **19. Suma de potencias con números negativos**
52:17 **20. Paréntesis y potencias** – $(-3)^2$ frente a -3^2

Potencias de exponente racional y raíces

Ejercicios 21–28

57:17 **21. Potencias de fracciones** – $\left(\frac{1}{2}\right)^4$
59:18 **22. Potencias de fracciones negativas** – $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$
1:01:34 **23. Fracciones con exponente negativo** – $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$
1:06:31 **24. Base fraccionaria y exponente negativo** – $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$
1:09:27 **25. Producto de potencias con base fraccionaria**
1:11:01 **26. Cociente de potencias con la misma base** – $\frac{(8/3)^7}{(8/3)^5}$
1:14:04 **27. Propiedades de las potencias con fracciones**
1:24:49 **28. Raíz cuadrada exacta** – $\sqrt{49}$

TIMELINE DEL VÍDEO

50 ejercicios de Potencias y Raíces

Exponentes racionales y raíces

Ejercicios 29–34

1:27:25 **29. Exponentes fraccionarios** – exponentes $1/2$ y $-1/2$
1:28:16 **30. Raíz cúbica y exponente** $1/3$ – $(-8)^{1/3}$
1:31:17 **31. Exponentes racionales negativos** – $(-27)^{-4/3}$
1:36:17 **32. Potencias con números decimales** – $(0{,}3)^5$
1:39:20 **33. Exponentes fraccionarios y raíces cúbicas** – $27^{2/3}$
1:43:19 **34. Potencias con bases relacionadas** – $2^{0{,}86} \cdot 4^{0{,}57}$

Simplificación de radicales

Ejercicios 35–40

1:45:54 **35. Simplificación de radicales** – $\sqrt{72}$
1:50:21 **36. Producto de radicales** – propiedades de las raíces
1:51:25 **37. Cociente de radicales** – $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$
1:55:21 **38. Suma y resta de radicales semejantes** – $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
1:55:52 **39. Simplificar antes de sumar radicales** – $\sqrt{18} + \sqrt{8}$
2:02:54 **40. Resta de radicales** – $3\sqrt{12} - \sqrt{27}$

Operaciones con radicales

Ejercicios 41–44

2:05:33 **41. Raíz de una raíz** – $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$
2:09:13 **42. Producto de radicales conjugados** – $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
2:11:02 **43. Cuadrado de una diferencia** – error típico con radicales
2:13:43 **44. Suma por diferencia** – diferencia de cuadrados

Racionalización

Ejercicios 45–50

2:15:57 **45. Racionalización de denominadores** – $\frac{5}{\sqrt{3}}$
2:17:34 **46. Racionalizar una fracción con raíz cuadrada** – $\frac{3}{2\sqrt{5}}$
2:21:45 **47. Racionalización con raíz cúbica** – $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$
2:28:51 **48. Racionalización con conjugado** – $\frac{1}{\sqrt{5}+2}$
2:31:21 **49. Racionalizar usando el conjugado** – $\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$
2:36:24 **50. Racionalización con dos radicales** – $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

HAY MUCHOS CAMINOS Usa el timeline para saltar al punto exacto de la clase que quieras repasar.

Potencias: significado, signos y exponentes enteros

Ejercicios 1–10. Empezamos con potencias directas, signos, exponente cero y exponentes negativos.

Ejercicio 1

$$2^5$$

Un camino: $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$.

Resultado: $\boxed{32}$

Ejercicio 2

$$(-3)^4$$

Un camino: $(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 81$.

Resultado: $\boxed{81}$

Ejercicio 3

$$(-2)^5$$

Un camino: El exponente es impar: $(-2)^5 = -32$.

Resultado: $\boxed{-32}$

Ejercicio 4

$$-2^4$$

Un camino: El signo menos no forma parte de la base: $-2^4 = -(2^4) = -16$.

Resultado: $\boxed{-16}$

Ejercicio 5

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Un camino: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$.

Resultado: $\boxed{\frac{1}{8}}$

Potencias: significado, signos y exponentes enteros

Continuación de los ejercicios 1–10.

Ejercicio 6

$$10^{0}$$

Un camino: Toda base no nula elevada a cero vale 1: $10^{0} = 1$.

Resultado: $\boxed{1}$

Ejercicio 7

$$5^{-2}$$

Un camino: $5^{-2} = \dfrac{1}{5^{2}} = \dfrac{1}{25}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{1}{25}}$

Ejercicio 8

$$(-2)^{-3}$$

Un camino: $(-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^{3}} = -\dfrac{1}{8}$.

Resultado: $\boxed{-\dfrac{1}{8}}$

Ejercicio 9

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$$

Un camino: $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \dfrac{16}{9}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{16}{9}}$

Ejercicio 10

$$(-1)^{101}$$

Un camino: Una potencia impar de -1 vale -1.

Resultado: $\boxed{-1}$

Propiedades de las potencias

Ejercicios 11–20. Producto y cociente de potencias, potencia de una potencia y exponentes negativos.

Ejercicio 11

$$2^3 \cdot 2^5$$

Un camino: $2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 256$.

Resultado: $\boxed{256}$

Ejercicio 12

$$\frac{7^6}{7^4}$$

Un camino: $\dfrac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2 = 49$.

Resultado: $\boxed{49}$

Ejercicio 13

$$(3^2)^4$$

Un camino: $(3^2)^4 = 3^{2\cdot 4} = 3^8 = 6561$.

Resultado: $\boxed{6561}$

Ejercicio 14

$$2^5 \cdot 5^5$$

Un camino: $2^5 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^5 = 10^5 = 100000$.

Resultado: $\boxed{100000}$

Ejercicio 15

$$\frac{12^3}{3^3}$$

Un camino: $\dfrac{12^3}{3^3} = \left(\dfrac{12}{3}\right)^3 = 4^3 = 64$.

Resultado: $\boxed{64}$

Propiedades de las potencias

Continuación de los ejercicios 11–20.

Ejercicio 16

$$a^7 \cdot a^{-3}$$

Un camino: $a^7 \cdot a^{-3} = a^{7-3} = a^4$.

Resultado: $\boxed{a^4}$

Ejercicio 17

$$\frac{x^5}{x^8}$$

Un camino: $\dfrac{x^5}{x^8} = x^{5-8} = x^{-3} = \dfrac{1}{x^3}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{1}{x^3}}$

Ejercicio 18

$$(a^{-2})^3$$

Un camino: $(a^{-2})^3 = a^{-6} = \dfrac{1}{a^6}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{1}{a^6}}$

Ejercicio 19

$$\frac{2^3 \cdot 2^{-5}}{2^{-1}}$$

Un camino: $\dfrac{2^3 \cdot 2^{-5}}{2^{-1}} = 2^{3-5-(-1)} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{1}{2}}$

Ejercicio 20

$$\frac{(x^3y^{-2})^2}{xy^{-1}}$$

Un camino: $\dfrac{x^6y^{-4}}{xy^{-1}} = x^{6-1}y^{-4-(-1)} = x^5y^{-3}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{x^5}{y^3}}$

Potencias de exponente racional y raíces

Ejercicios 21–28. Relacionamos potencias fraccionarias con raíces y calculamos raíces exactas.

Ejercicio 21

$$\sqrt{81}$$

Un camino: Como $9^2 = 81$, $\sqrt{81} = 9$.

Resultado: $\boxed{9}$

Ejercicio 22

$$\sqrt[3]{-125}$$

Un camino: Como $(-5)^3 = -125$, $\sqrt[3]{-125} = -5$.

Resultado: $\boxed{-5}$

Ejercicio 23

$$\sqrt[4]{16}$$

Un camino: Como $2^4 = 16$, $\sqrt[4]{16} = 2$.

Resultado: $\boxed{2}$

Ejercicio 24

$$27^{2/3}$$

Un camino: $27^{2/3} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$.

Resultado: $\boxed{9}$

Ejercicio 25

$$16^{3/4}$$

Un camino: $16^{3/4} = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8$.

Resultado: $\boxed{8}$

Potencias de exponente racional y raíces

Continuación de los ejercicios 21–28.

Ejercicio 26

$$32^{2/5}$$

Un camino: $32^{2/5} = (\sqrt[5]{32})^2 = 2^2 = 4$.

Resultado: $\boxed{4}$

Ejercicio 27

$$81^{-1/2}$$

Un camino: $81^{-1/2} = \dfrac{1}{\sqrt{81}} = \dfrac{1}{9}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{1}{9}}$

Ejercicio 28

$$\sqrt[5]{x^3}$$

Un camino: Usamos $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$: $\sqrt[5]{x^3} = x^{3/5}$.

Resultado: $\boxed{x^{3/5}}$

Simplificación de radicales

Ejercicios 29–36. Extraemos e introducimos factores y simplificamos radicales.

Ejercicio 29

$$\sqrt{72}$$

Un camino: $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$.

Resultado: $\boxed{6\sqrt{2}}$

Ejercicio 30

$$\sqrt{180}$$

Un camino: $\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$.

Resultado: $\boxed{6\sqrt{5}}$

Simplificación de radicales

Continuación de los ejercicios 29–36.

Ejercicio 31

$$\sqrt{50x^2}$$

Un camino: $\sqrt{50x^2} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot x^2} = 5x\sqrt{2}$.

Resultado: $\boxed{5x\sqrt{2}}$

Ejercicio 32

$$\sqrt[3]{54}$$

Un camino: $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = 3\sqrt[3]{2}$.

Resultado: $\boxed{3\sqrt[3]{2}}$

Ejercicio 33

$$\sqrt[3]{16a^4}$$

Un camino: $\sqrt[3]{16a^4} = \sqrt[3]{8a^3 \cdot 2a} = 2a\sqrt[3]{2a}$.

Resultado: $\boxed{2a\sqrt[3]{2a}}$

Ejercicio 34

$$\sqrt[4]{48x^6}$$

Un camino: $\sqrt[4]{48x^6} = \sqrt[4]{16x^4 \cdot 3x^2} = 2x\sqrt[4]{3x^2}$.

Resultado: $\boxed{2x\sqrt[4]{3x^2}}$

Ejercicio 35

$$3\sqrt{5}$$

Un camino: Introducimos el 3 en la raíz: $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$.

Resultado: $\boxed{\sqrt{45}}$

Simplificación de radicales

Último ejercicio del bloque 29–36.

Ejercicio 36

$$2\sqrt[3]{3}$$

Un camino: Introducimos el 2 en la raíz cúbica: $2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{24}$.

Resultado: $\boxed{\sqrt[3]{24}}$

Operaciones con radicales

Ejercicios 37–44. Productos, cocientes, sumas, restas e índices diferentes.

Ejercicio 37

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$$

Un camino: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$.

Resultado: $\boxed{6}$

Ejercicio 38

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$$

Un camino: $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$.

Resultado: $\boxed{5}$

Ejercicio 39

$$2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

Un camino: Los radicales son semejantes: $(2 + 7 - 3)\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$.

Resultado: $\boxed{6\sqrt{5}}$

Ejercicio 40

$$\sqrt{18} + \sqrt{8}$$

Un camino: $\sqrt{18} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

Resultado: $\boxed{5\sqrt{2}}$

Operaciones con radicales

Continuación de los ejercicios 37–44.

Ejercicio 41

$$3\sqrt{12} - \sqrt{27}$$

Un camino: $3\sqrt{12} - \sqrt{27} = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

Resultado: $\boxed{3\sqrt{3}}$

Ejercicio 42

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2}$$

Un camino: Índice común 6: $\sqrt[3]{4}\sqrt{2} = \sqrt[6]{16}\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{128} = 2\sqrt[6]{2}$.

Resultado: $\boxed{2\sqrt[6]{2}}$

Ejercicio 43

$$\sqrt{\sqrt[3]{729}}$$

Un camino: $\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = 3$.

Resultado: $\boxed{3}$

Ejercicio 44

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

Un camino: Es una suma por diferencia: $3 - 2 = 1$.

Resultado: $\boxed{1}$

Racionalización

Ejercicios 45–50. Eliminamos radicales del denominador mediante factores adecuados y conjugados.

Ejercicio 45

$$\frac{5}{\sqrt{3}}$$

Un camino: $\dfrac{5}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{5\sqrt{3}}{3}}$

Racionalización

Continuación de los ejercicios 45–50.

Ejercicio 46

$$\frac{3}{2\sqrt{5}}$$

Un camino: $\dfrac{3}{2\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{10}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{3\sqrt{5}}{10}}$

Ejercicio 47

$$\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$$

Un camino: Multiplicamos por $\sqrt[3]{2}$: $\dfrac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{8}} = \dfrac{2\sqrt[3]{2}}{2} = \sqrt[3]{2}$.

Resultado: $\boxed{\sqrt[3]{2}}$

Ejercicio 48

$$\frac{1}{\sqrt{5}+2}$$

Un camino: Multiplicamos por el conjugado: $\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \dfrac{\sqrt{5}-2}{5-4}$.

Resultado: $\boxed{\sqrt{5}-2}$

Ejercicio 49

$$\frac{3}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$$

Un camino: $\dfrac{3(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})} = \dfrac{3(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{5}$.

Resultado: $\boxed{\dfrac{3(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{5}}$

Ejercicio 50

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

Un camino: Multiplicamos por $\sqrt{5}+\sqrt{3}$: $\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{5-3} = \dfrac{8+2\sqrt{15}}{2}$.

Resultado: $\boxed{4+\sqrt{15}}$